**ECUACIONES DIFERENCIALES**

**UNIDAD DOS**

**ECUACIONES DIFERENCIALES MÉTODO POR SERIES DE POTENCIA Y TRANSFORMADA DE LAPLACE**

**Presentado a:**

**Álvaro Javier Cangrejo**

**Entregado por:**

**Miguel Ángel Ospino Castillo**

**Código: 85150348**

**Jhon Fredy Ortega Burbano**

**Codigo: 1085663536**

**Lorena Patrícia Vasquez Ortiz**

**Código: 1069742168**

**Grupo: 100412-193**

**UNIVERSIDAD NACIONAL ABIERTA Y A DISTANCIA - UNAD**

**ESCUELA DE CIENCIAS BÁSICAS, INGENIERÍAS Y TECNOLOGÍAS**

**CURSO DE ECUACIONES DIFERENCIALES**

**FECHA**

**28 DE NOVIEMBRE DE 2019**

**2019**

# INTRODUCCIÓN

En presente trabajo el estudiante deberá interpretar y usar las series de potencia y transformada de Laplace para dar solución a ecuaciones diferenciales y problemas aplicados en la rama de las ecuaciones diferenciales de orden superior, para dar inicio a la presente actividad cada estudiante escogerá un rol y seleccionara una letra la cual tendrá asignados unos ejercicios que el estudiante deberá resolver de manera individual y dos problemas de manera colaborativa. Esto permitirá evidenciar la aplicabilidad de las temáticas vistas en el curso de ecuaciones diferenciales, posteriormente el estudiante evidenciará mediante un video la sustentación de uno de los puntos asignados por el tutor.

# OBJETIVOS

* Aplicar series de potencia y transformada de Laplace para dar solución a ecuaciones diferenciales y problemas aplicados.
* Fortalecer los conocimientos de ecuaciones diferenciales para el desarrollo ecuaciones diferenciales método por series de potencia y transformada de Laplace.
* Interpretar problemas teóricos y prácticos de la ingeniería a través de las ecuaciones diferenciales de orden superior
* Evaluar y analizar la solución de problemas planteados.
* Reconocer las características de un ejercicio planteado y buscar el método de solución más apropiado.

# PASO 2

# ELECCIÓN DE EJERCICIOS A DESARROLLAR PARTE INDIVIDUAL

**Tabla de elección de ejercicios:**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Nombre del estudiante | Rol a desarrollar | Grupo de ejercicios a desarrollar paso 1. |
| RENZO MAURICIO VILLANUEVA |  | El estudiante desarrolla el ejercicio **a** en todos los 3Tipo de ejercicios. |
| JHON FREDY ORTEGA BURBANO | Compilador y entregas | El estudiante desarrolla el ejercicio **b** en todos los 3Tipo de ejercicios |
| MIGUEL ANGEL OSPINO |  | El estudiante desarrolla el ejercicio **c** en todos los 3Tipo de ejercicios |
|  |  | El estudiante desarrolla el ejercicio **d** en todos los 3Tipo de ejercicios |

# DESARROLLO DE LA ACTIVIDAD COLABORATIVA

**PASO 3**

**EJERCICIOS INDIVIDUALES**

A continuación, se definen los 3 Tipos de ejercicios para presentar en el Paso 3.

**TIPO DE EJERCICIOS 1 – MÉTODO DE SERIES DE POTENCIAS PARA ECUACIONES DIFERENCIALES**

El método de series de potencias para resolver ecuaciones diferenciales es simple y natural, se empieza describiendo el procedimiento práctico y se ilustra con ecuaciones simples cuyas soluciones ya se conocen, con el fin de ver  lo que está ocurriendo.

Para una ecuación dada:

se representa primero y por series de potencias en potencias de (o de si se desea obtener soluciones de potencias de . En muchas ocasiones son polinomios y entonces no es necesario hacer nada en primer paso. Después se supone una solución en la forma de una serie de potencias con coeficientes desconocidos.

Y esta serie y la obtenida al derivar terminó a término:

Se introduce en la ecuación. A continuación se agrupan las potencias semejantes de y la suma de los coeficientes de cada potencia de que se presente se iguala a cero, empezando con los términos constantes, los términos que incluyen a , los términos que incluyen a etc. Se obtienen así relaciones a partir de las cuales es posible determinar de manera sucesiva los coeficientes desconocidos en .

De acuerdo a lo anterior, resuelva por el método de series de potencias:

|  |  |
| --- | --- |
| ESTUDIANTE QUE REALIZÓ: | |
| a. 𝑦 ′′ + 2𝑦 ′ + 𝑦 = 0 | |
| **PROPOSICIÓN ENUNCIADO O EXPRESIÓNMATEMÁTICA** | **RAZÓN O EXPLICACIÓN** |
|  | Paso 1: Se tiene la ecuación diferencial la cual vamos a derivar dos veces. |
| 𝑦 ′′ + 2𝑦 ′ + 𝑦 | Paso 2: Ya teniendo las derivas procedemos a reemplazar en la ecuación diferencial. |
|  | Paso 3: Aplicamos propiedades de la sumatoria. |
|  | Paso 4: Simplificamos. |
|  | Paso 5: Despejamos el coeficiente Cn. |
|  | Paso 6: Hallamos los coeficientes y los reemplazamos para dar solución a la ecuación diferencial. |
|  | Paso 7: Solución de la ecuación diferencial. |

|  |  |
| --- | --- |
| **ESTUDIANTE QUE REALIZÓ:**  **JHON FREY ORTEGA BURBANO** | |
| b. | |
| **PROPOSICIÓN ENUNCIADO O EXPRESIÓNMATEMÁTICA** | **RAZÓN O EXPLICACIÓN** |
|  | Separamos las ecuaciones para desarrollar el método de series |
|  | El segundo paso será remplazar en la ecuación inicial |
|  | El siguiente paso será utilizar la propiedad  Remplazando desde n=2 osea k=2 |
|  | Ahora factorizamos la sumatoria total |
|  | Factorizamos el termino común x ala n |
|  | Igualamos a 0 |
|  | Despejamos |
| n=0  n=1  n=2 | Sustituyendo los valores de (n) calculando el coeficiente |
|  | El siguiente paso será desarrollar la serie en base la ecuación general |
|  | Ya remplazando los valores de los coeficientes encontraríamos |

|  |  |
| --- | --- |
| **ESTUDIANTE QUE REALIZÓ:** | |
| **c**. | |
| **PROPOSICIÓN ENUNCIADO O EXPRESIÓN MATEMÁTICA** | **RAZÓN O EXPLICACIÓN** |
|  | La ecuación tiene la forma  Determinamos los coeficientes . Para ello, sustituimos los desarrollos en serie de y´´ (x), obteniendo |
|  |  |
|  | De acuerdo con esta última identidad, vemos Despejamos el índice mayor. |
|  | Despejamos cada una de las ecuaciones el coeficiente **c** que tenga el mayor índice.  Sustituimos cuando n = 2 |
|  | Desarrollamos los términos de **y** |

|  |  |
| --- | --- |
| **ESTUDIANTE QUE REALIZÓ:** | |
| d. | |
| **PROPOSICIÓN ENUNCIADO O EXPRESIÓN MATEMÁTICA** | **RAZÓN O EXPLICACIÓN** |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

|  |  |
| --- | --- |
| **ESTUDIANTE QUE REALIZÓ:** | |
| e. | |
| **PROPOSICIÓN ENUNCIADO O EXPRESIÓNMATEMÁTICA** | **RAZÓN O EXPLICACIÓN** |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

**TIPO DE EJERCICIOS 2. TRANSFORMADA DE LAPLACE**

En el modelo matemático de un sistema físico como el de la masa sujeta a un resorte o el de un circuito eléctrico en serie, el lado derecho de la ecuación diferencial.

Es una función que representa una fuerza externa o un voltaje en ecuaciones diferenciales se resuelve este problema para funciones continuas. Sin embargo, no es raro encontrarse con funciones continuas a trozos por ejemplo en circuitos eléctricos son muy comunes los voltajes dientes de sierra o escalón. Es difícil, pero no imposible resolver la ecuación diferencial que describe el circuito en este caso pero la transformada de laplace es una valiosa herramienta para resolver problemas de este tipo

La transformada de Laplace es muy útil en la solución de ecuaciones integrales y sistemas de ecuaciones diferenciales así con la obtención de algunas interesantes integrales.

Suponga que la función está definida para y la integral impropia converge para . Entonces la transformada de Laplace existe y está dada por:

2. Con respecto a lo anterior calcule la transformada de Laplace de:

|  |  |
| --- | --- |
| **ESTUDIANTE QUE REALIZÓ:** | |
| a. | |
| **PROPOSICIÓN ENUNCIADO O EXPRESIÓN MATEMÁTICA** | **RAZÓN O EXPLICACIÓN** |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
| π=K  Por lo tanto  F(t)=K |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

|  |  |
| --- | --- |
| **ESTUDIANTE QUE REALIZÓ: JHON FREY ORTEGA BURBANO** | |
| b. | |
| **PROPOSICIÓN ENUNCIADO O EXPRESIÓN MATEMÁTICA** | **RAZÓN O EXPLICACIÓN** |
|  | Solucionaremos pro medio de la linealidad de la transformada la place |
|  |  |
|  | Ahora se usa la transformada de Laplace |

|  |  |
| --- | --- |
| **ESTUDIANTE QUE REALIZÓ:** | |
| **c**. | |
| **PROPOSICIÓN ENUNCIADO O EXPRESIÓN MATEMÁTICA** | **RAZÓN O EXPLICACIÓN** |
| Entonces | La trasformada de Laplace de f(t) está dada por:  Si una función f(t) tiene transformada de Laplace, la transformada de la función Af(t), donde A es una constante está dada por:  En forma similar, si las funciones f1(t) y f2(t) tienen transformada de Laplace, la transformada de Laplace de la función f1(t) + f2(t), está dada por: |
| . | Resultado de la transformada de Laplace |

|  |  |
| --- | --- |
| **ESTUDIANTE QUE REALIZÓ:** | |
| d. | |
| **PROPOSICIÓN ENUNCIADO O EXPRESIÓN MATEMÁTICA** | **RAZÓN O EXPLICACIÓN** |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

|  |  |
| --- | --- |
| **ESTUDIANTE QUE REALIZÓ:** | |
| e | |
| **PROPOSICIÓN ENUNCIADO O EXPRESIÓN MATEMÁTICA** | **RAZÓN O EXPLICACIÓN** |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

**EJERCICIOS 3. SOLUCIÓN DE ECUACIONES DIFERENCIALES CON TRANSFORMADA DE LAPLACE**

Use la transformada de Laplace para resolver el problema de valor inicial.

Aplicando la Transformada de Laplace a ambos lados de la ecuación diferencial

Ahora se aplica transformada de Laplace para hallar:

3. A partir de lo anterior, resuelva las siguientes ecuaciones diferenciales:

|  |  |
| --- | --- |
| **ESTUDIANTE QUE REALIZÓ:** | |
| a. | |
| **PROPOSICIÓN ENUNCIADO O EXPRESIÓN MATEMÁTICA** | **RAZÓN O EXPLICACIÓN** |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

|  |  |
| --- | --- |
| **ESTUDIANTE QUE REALIZÓ: JHON FREY ORTEGA BURBANO** | |
| b. | |
| **PROPOSICIÓN ENUNCIADO O EXPRESIÓN MATEMÁTICA** | **RAZÓN O EXPLICACIÓN** |
|  | El primer paso será determinar el tipo de función |
|  | Ecuación diferencial no homogénea de segundo plano de la forma ay’’+by’+cy= g(x) |
|  | Ahora se debe satisfacer |
|  | Solución general |
|  | Remplazamos |
|  | Ahora aplicamos las condiciones iniciales |
|  | Solución final |

|  |  |
| --- | --- |
| **ESTUDIANTE QUE REALIZÓ:** | |
| c. . | |
| **PROPOSICIÓN ENUNCIADO O EXPRESIÓN MATEMÁTICA** | **RAZÓN O EXPLICACIÓN** |
|  | Aplicamos el laplaciano a la ecuación |
|  | Aplicamos la definición de derivadas |
|  | Despejamos la función Y(s) |
|  | Aplicamos transformadas inversas de Laplace |
|  | La solución es: |

|  |  |
| --- | --- |
| **ESTUDIANTE QUE REALIZÓ:** | |
| d. | |
| **PROPOSICIÓN ENUNCIADO O EXPRESIÓN MATEMÁTICA** | **RAZÓN O EXPLICACIÓN** |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

|  |  |
| --- | --- |
| **ESTUDIANTE QUE REALIZÓ:** | |
| e. | |
| **PROPOSICIÓN ENUNCIADO O EXPRESIÓN MATEMÁTICA** | **RAZÓN O EXPLICACIÓN** |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

**PASO 4**

**EJERCICIO 4. SITUACIÓN PROBLEMA**

A partir de la situación problema planteada el grupo debe realizar los aportes respectivos en el foro colaborativo con el fin de reconocer las características del problema que se ha planteado y buscar el método de solución más apropiado según las ecuaciones diferenciales de primer orden seleccionando la respuesta correcta de las 4 alternativas.

|  |  |
| --- | --- |
|  | |
| **PROPOSICIÓN ENUNCIADO O EXPRESIÓN MATEMÁTICA** | **RAZÓN O EXPLICACIÓN** |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

**PASO 5**

**EJERCICIO 5. ANÁLISIS Y EVALUACIÓN DE LA SOLUCIÓN DE UNA SITUACIÓN PLANTEADA.**

Se presenta un problema junto con su solución, de forma colaborativa deben evaluar y analizar toda la solución a la situación plantea, si consideran que todo el proceso y respuesta se encuentra de manera correcta, deben realizar aportes en cuanto a procedimiento faltante y fórmulas utilizadas, resaltando en otro color los aportes extras a la solución. Si el grupo considera que el proceso y/o respuesta se encuentra incorrecto, deben realizar la observación y corrección al error o errores encontrados resaltando en otro color la corrección y aportes extras a la solución. Situación y solución planteada:

**Situación y solución planteada:**

**Situación problema:** La ecuación diferencial que modela un circuito eléctrico RLC dispuesto en serie es:

Utilizando la transformada de Laplace encuentre si ; ; c=0.02 F y e

|  |  |
| --- | --- |
| **EJERCICIO Y SOLUCIÓN PLANTEADA GUIA** | **OBSERVACIONES, ANEXOS, MODIFICACIONES A LA SOLUCIÓN PLANTEADA** |
| **Solución**  **Solución planteada:**  1. Se reemplazan los valores  2. Se divide por 0.005  3. A cada término se le halla la transformada de Laplace  4. Se agrupan los términos de I(s)  5. Se factoriza el numerador del lado izquierdo y se despeja I(s). Se reescribe el resultado para aplicar Transformada inversa.  6. Se aplica la transformada inversa para hallar i(t)  Con esto se obtiene finalmente la corriente en función del tiempo | Dentro del primer paso encontramos una error en el valor de 0,005 ya que el valor correcto es 0,05 |

**PASO 8**

**TABLA LINKS VIDEOS EXPLICATIVOS**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Nombre Estudiante** | **Ejercicios sustentados** | **Enlace video explicativo** |
| *Ejemplo:* | *A de todos los tipos de ejercicios.* |  |
| *Jhon fredy ortega burbano* | *método de series de potencias para ecuaciones diferenciales* | [*https://youtu.be/uquxIgroZVI*](https://youtu.be/uquxIgroZVI) |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

**CONCLUSIONES**

* La presente actividad permitió que el estudiante fortalezca la resolución de ecuaciones diferenciales a partir del uso series de potencia y transformada de Laplace para dar solución a ecuaciones diferenciales y problemas aplicados.

# REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS